

MATEMATICA E DIGITALE:
una didattica innovativa
per affrontare le sfide presenti e future

**Dare senso
all'educazione matematica**

Rosetta Zan

**17 ottobre 2019
Palazzo Madama, Sala Koch**

L'insegnamento della matematica è obbligatorio in tutto il percorso scolastico...

...è importante che ne venga colto il 'senso', che venga percepito come utile.

Dare senso
all'educazione matematica

L' utilità della matematica...

dagli adulti  viene giustificata

L' utilità dell'*insegnamento* della
matematica...

dagli studenti  viene identificata

L' immediata spendibilità pratica
delle conoscenze e abilità acquisite

L' utilità della matematica...

dagli adulti  viene giustificata

L' utilità dell'*insegnamento* della
matematica...

dagli studenti  viene identificata

L' immediata spendibilità pratica
delle

“Per me la matematica è solo una perdita di tempo perché una volta imparati i numeri si può anche smettere ...”

L' utilità della matematica...

dagli adulti  viene giustificata

Sono due semplificazioni, entrambe rischiose...

dagli studenti  viene identificata

L' immediata spendibilità pratica
delle

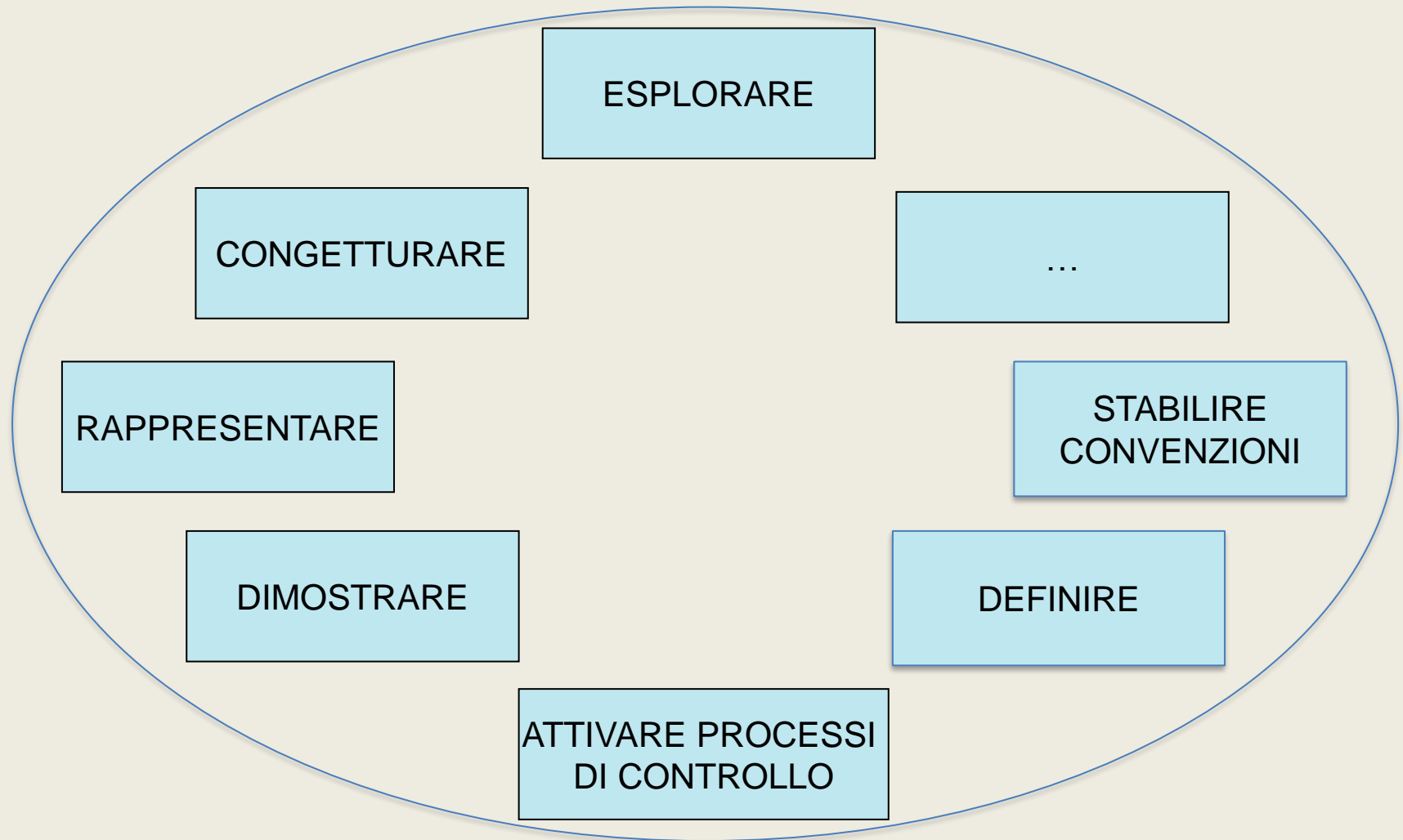
“Per me la matematica è solo una perdita di tempo perché una volta imparati i numeri si può anche smettere ...”

L' utilità dell'*insegnamento* della
matematica...

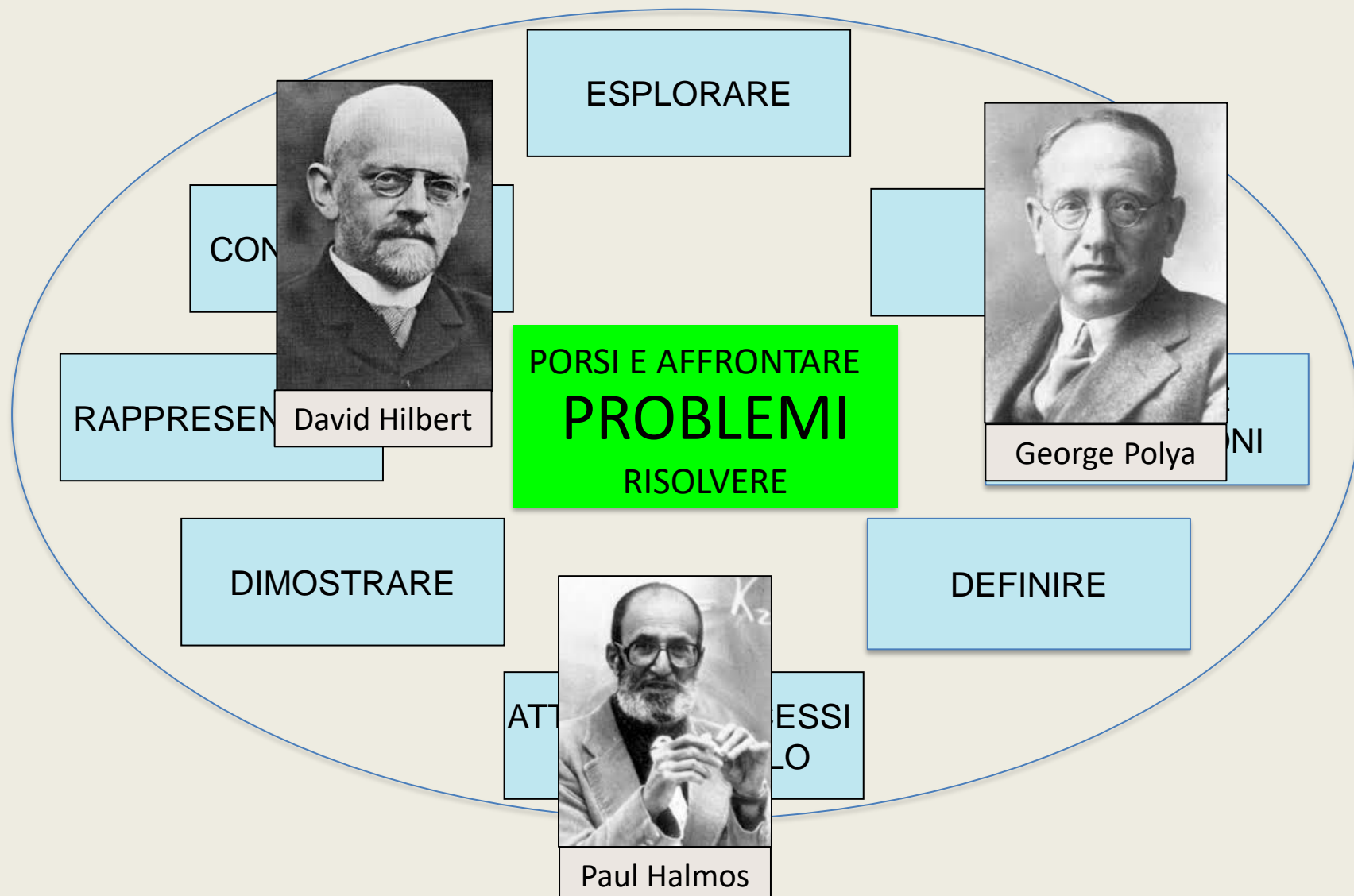
→ il suo *valore formativo*

“La matematica insegna a ragionare”

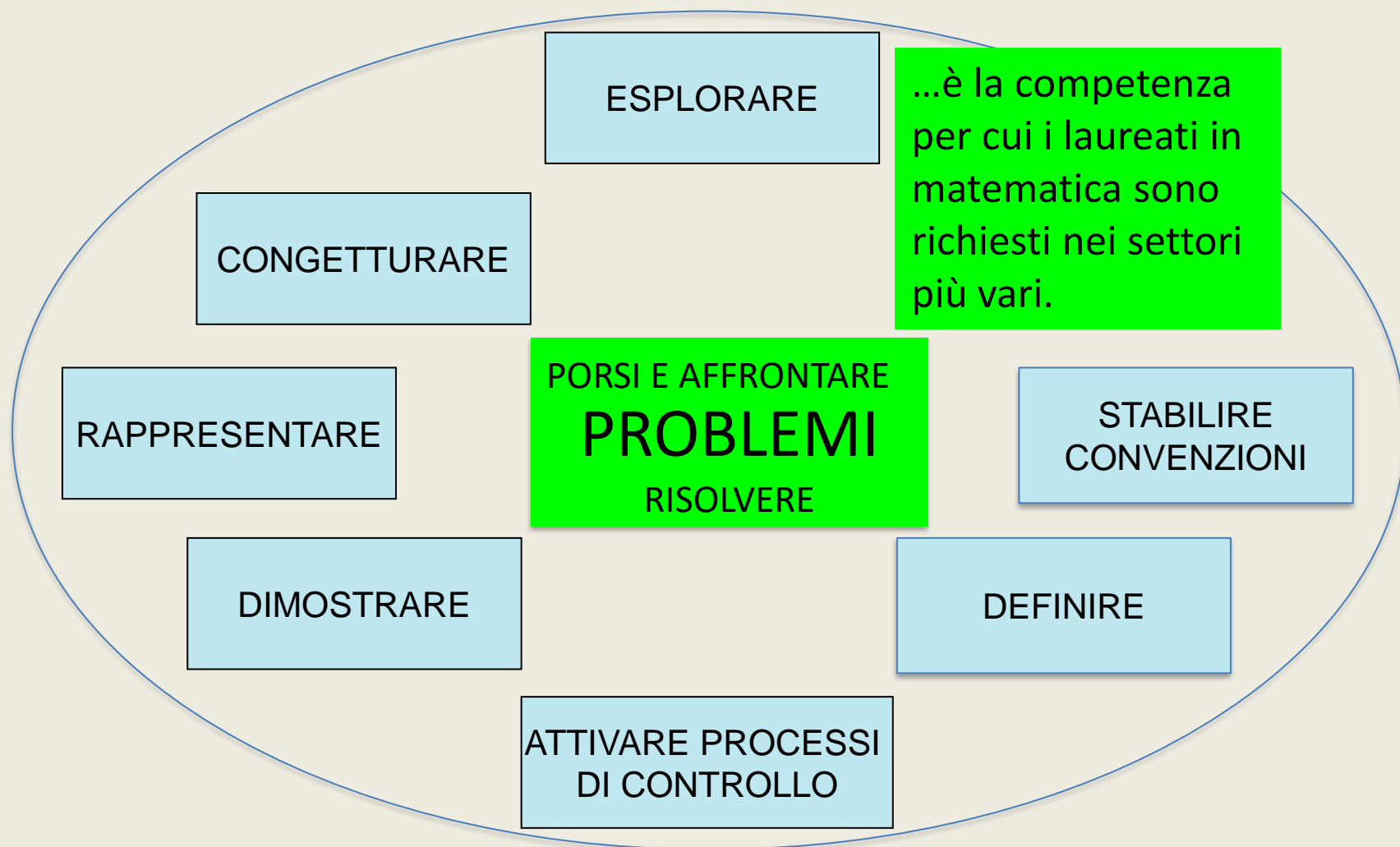
... i processi che la caratterizzano



...i problemi, 'il cuore della matematica'



...i problemi, 'il cuore della matematica'



L'educazione matematica...

...fin dalla scuola primaria può insegnare:

- il pensiero critico
- ad affrontare i problemi in modo razionale
- a utilizzare il pensiero riflessivo, a darsi tempo
- a essere determinati nel perseguire un obiettivo
- ad argomentare e a valutare le argomentazioni degli altri
- a utilizzare il linguaggio con attenzione e consapevolezza
- a conoscere e gestire le proprie risorse
- a interpretare e affrontare il fallimento



competenze cruciali

anche per una **cittadinanza attiva e consapevole**

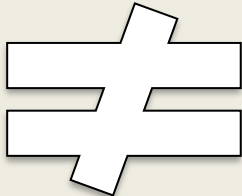
Nella realtà

- Molti studenti sembrano non cogliere alcun 'senso' nell'insegnamento della matematica
- La matematica viene descritta come una disciplina
 - che ti *obbliga* a fare
e non
 - che ti *permette* di fare, vedere, capire, interpretare, prendere decisioni...

VISIONE DELLA MATEMATICA

- ridotta a regole da memorizzare
- esercizi ripetitivi e percepiti come artificiosi
- l'errore è indicatore di fallimento
- inutile
- linguaggio criptico, di cui non si coglie il senso

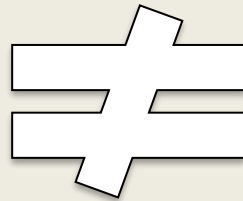
VISIONE DELLA MATEMATICA

PROCEDURALE  CONCETTUALE
che hanno i matematici

centrata sui
PROCESSI

VISIONE DELLA MATEMATICA

PROCEDURALE



CONCETTUALE

che hanno i matematici



centrata sui
PRODOTTI



centrata sui
PROCESSI

VISIONE DELLA MATEMATICA

- ridotta a regole da memorizzare
- esercizi ripetitivi e percepiti come artificiosi
- l'errore è indicatore di fallimento
- inutile
- linguaggio criptico, di cui non si coglie il senso

dirige i comportamenti dell'allievo



ostacola l'acquisizione di conoscenze e competenze

- La **visione della matematica** che i nostri studenti costruiscono è spesso ‘distorta’
- Le **conoscenze e competenze** dei nostri studenti appaiono inadeguate (vedi prove INVALSI, PISA, problemi del raccordo, ...)



elevato costo individuale e sociale

Un difficile rapporto con la matematica:

- provoca disagio e addirittura sofferenza
- influenza le scelte di vita degli studenti → scelte di *evitamento*

Il nostro Paese ha bisogno :

- di cittadini con adeguate competenze matematiche di base
- di persone con elevate competenze matematiche per settori occupazionali e professioni altamente qualificati

elevato costo individuale e sociale

responsabilità dell'insegnamento



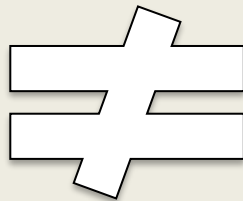
- La **visione della matematica** che i nostri studenti costruiscono è spesso 'distorta'
- Le **conoscenze e competenze** dei nostri studenti appaiono inadeguate (vedi prove INVALSI, PISA, problemi del raccordo, ...)



elevato costo individuale e sociale

VISIONE DELLA MATEMATICA

PROCEDURALE



CONCETTUALE

INSEGNAMENTO

PROCEDURALE

Centrato su **regole** e su esercizi ripetitivi a cui applicarle:

- che richiede *memoria e velocità* piuttosto che riflessione
- in cui l'*errore* è visto come nemico e non come risorsa
- centrato sui *prodotti*, cioè sulla correttezza dei risultati, invece che sui *processi*
- la complessità è vista come un ostacolo alla produzione di risposte corrette, e perciò evitata

La parola 'regola'...

Dizionario Hoepli:

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze:
trasgredire, violare, rispettare la r.; le regole del gioco; le regole della buona educazione


FARE

DOVERE

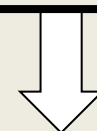
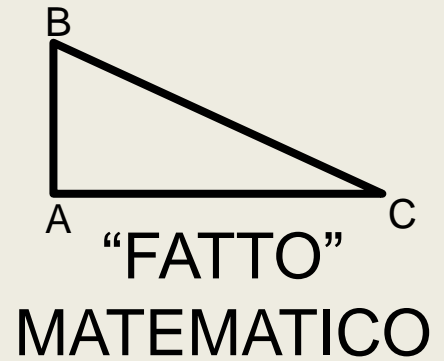


DOVER FARE

Nell'insegnamento della matematica spesso una 'regola' nasce in modo insidioso...



In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.
In formula: $a^2 = b^2 + c^2$



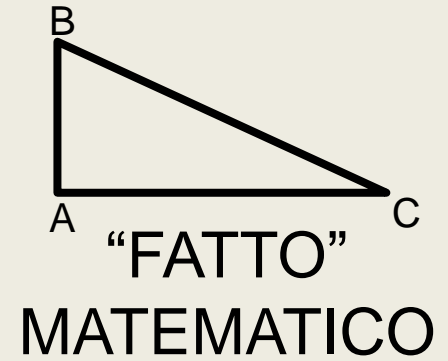
Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC **bisogna...**

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$



REGOLA

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.
In formula: $a^2 = b^2 + c^2$



Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC **bisogna...**

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

REGOLE

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB **bisogna...**

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC **bisogna...**

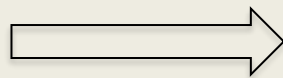
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

Attraverso un semplice meccanismo linguistico si trasforma un 'fatto matematico' di per sé neutrale in un comportamento da seguire...

...si trasformano i **problemi** in **esercizi**, in quanto per ogni situazione si dice cosa deve fare l'allievo

PROBLEMA



ESERCIZIO

- non dispone di una procedura da seguire per raggiungere l'obiettivo

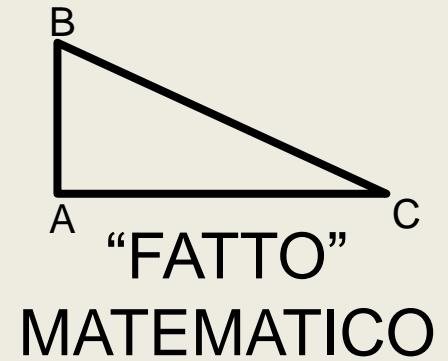
- dispone di una procedura da seguire per raggiungere l'obiettivo

Attraverso un semplice meccanismo linguistico si trasforma un 'fatto matematico' di per sé neutrale in un comportamento da seguire...

...si trasformano i **problemi** in **esercizi**, in quanto per ogni situazione si dice cosa deve fare l'allievo

...si oscura la rete di relazioni che caratterizza la matematica, presentando i fatti matematici in modo isolato

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.
In formula: $a^2 = b^2 + c^2$



Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna...

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna...

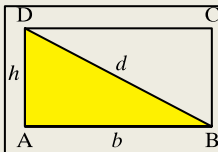
$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna...

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

REGOLE



$$\overline{DB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2$$

$$\overline{DB} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2}$$

ossia $d = \sqrt{b^2 + h^2}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{DB}^2 - \overline{AD}^2$$

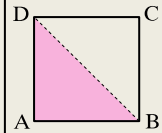
$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{DB}^2 - \overline{AD}^2}$$

$$b = \sqrt{d^2 - h^2}$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{DB}^2 - \overline{AB}^2$$

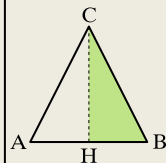
$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{DB}^2 - \overline{AB}^2}$$

$$h = \sqrt{d^2 - b^2}$$



$$\overline{DB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2$$

$$\overline{DB} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2}$$



$$\overline{CB}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{HB}^2$$

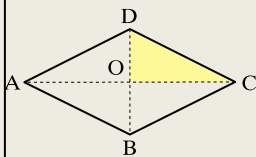
$$\overline{CB} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$$

$$\overline{CH}^2 = \overline{CB}^2 - \overline{HB}^2$$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{HB}^2}$$

$$\overline{HB}^2 = \overline{CB}^2 - \overline{CH}^2$$

$$\overline{HB} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{CH}^2}$$



$$\overline{DC}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{OC}^2$$

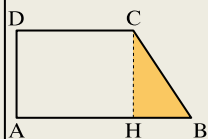
$$\overline{DC} = \sqrt{\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2}$$

$$\overline{OD}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{OC}^2$$

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{OC}^2}$$

$$\overline{OC}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{OD}^2$$

$$\overline{OC} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{OD}^2}$$



$$\overline{BC}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{BH}^2$$

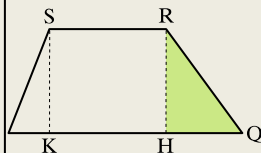
$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{BH}^2}$$

$$\overline{CH}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BH}^2$$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BH}^2}$$

$$\overline{BH}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CH}^2$$

$$\overline{BH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CH}^2}$$



$$\overline{RQ}^2 = \overline{RH}^2 + \overline{QH}^2$$

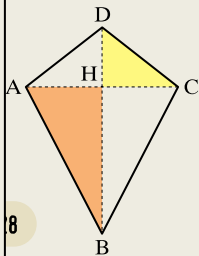
$$\overline{RQ} = \sqrt{\overline{RH}^2 + \overline{QH}^2}$$

$$\overline{QH}^2 = \overline{RQ}^2 - \overline{RH}^2$$

$$\overline{QH} = \sqrt{\overline{RQ}^2 - \overline{RH}^2}$$

$$\overline{RH}^2 = \overline{RQ}^2 - \overline{QH}^2$$

$$\overline{RH} = \sqrt{\overline{RQ}^2 - \overline{QH}^2}$$



$$\overline{DC}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{HC}^2$$

$$\overline{DC} = \sqrt{\overline{DH}^2 + \overline{HC}^2}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HB}^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HB}^2}$$

$$\overline{DH}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{HC}^2$$

$$\overline{DH} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{HC}^2}$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{HB}^2$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{HB}^2}$$

$$\overline{HC}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{DH}^2$$

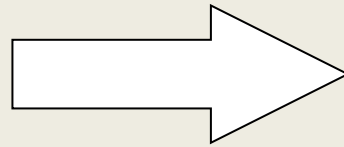
$$\overline{HC} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{DH}^2}$$

$$\overline{HB}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AH}^2$$

$$\overline{HB} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AH}^2}$$

I FATTI

Definizioni, teoremi, convenzioni...



REGOLE

PROBLEMI



ESERCIZI

RAGIONARE



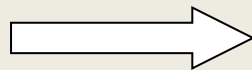
RICORDARE

RIFLETTERE



AGIRE

POTERE



DOVERE

L'educazione matematica...

...fin dalla scuola primaria può insegnare:

- il pensiero critico
- ad affrontare i problemi in modo razionale
- a utilizzare il pensiero riflessivo, a darsi tempo
- a essere determinati nel perseguire un obiettivo
- ad argomentare e a valutare le argomentazioni degli altri
- a utilizzare il linguaggio con attenzione e consapevolezza
- a conoscere e gestire le proprie risorse
- a interpretare e affrontare il fallimento



competenze cruciali

anche per una **cittadinanza attiva e consapevole**

responsabilità dell'insegnamento



- La **visione della matematica** che i nostri studenti costruiscono è inadeguata
- Le **conoscenze e competenze** dei nostri studenti appaiono inadeguate (vedi prove INVALSI, PISA, problemi del raccordo, ...)



elevato costo individuale e sociale

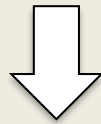
responsabilità dell'insegnamento

- In mancanza di una formazione adeguata, l'insegnante tende a riprodurre l'insegnamento procedurale che ha subito.
- L'esperienza da sola non basta: per far tesoro dell'esperienza bisogna avere strumenti per osservarla e interpretarla.

per dare senso
all'educazione matematica

servono 'bravi' insegnanti

- con una solida preparazione in matematica
- con una buona formazione didattica



Ruolo centrale della formazione insegnanti:

- iniziale
- continua ('in servizio')

FORMAZIONE INIZIALE

primaria

secondaria di 1° grado

secondaria di 2° grado

Scienze della formazione
primaria

?

requisiti d'accesso

- con una solida preparazione in matematica
- con una buona formazione didattica

FORMAZIONE INIZIALE

primaria

secondaria di 1° grado

secondaria di 2° grado

Scienze della formazione
primaria

?

?

- con una solida preparazione in matematica
- con una buona formazione didattica



...è possibile far riferimento alla ricerca in didattica della matematica, che in Italia ha una forte tradizione

FORMAZIONE IN SERVIZIO

primaria

secondaria di 1° grado

secondaria di 2° grado

- con una solida preparazione in matematica
- con una buona formazione didattica



...è possibile far riferimento alla ricerca in didattica della matematica, che in Italia ha una forte tradizione

Un esempio interessante:
il 'modello' Singapore



- 5.600.000 abitanti
- un territorio di 700 km quadrati
- poco più di 500 mila studenti e 360 scuole
- l' economia si basa quasi esclusivamente sulla risorsa umana

- Anni '60-'70: alto tasso di analfabetismo
- Anni '80: viene creato l'Istituto per lo Sviluppo dei Curriculum (CDI)
 - 'metodo Singapore', elaborato a partire dai **risultati della ricerca internazionale in campo pedagogico e didattico** (ad esempio Bruner, Skemp,...)

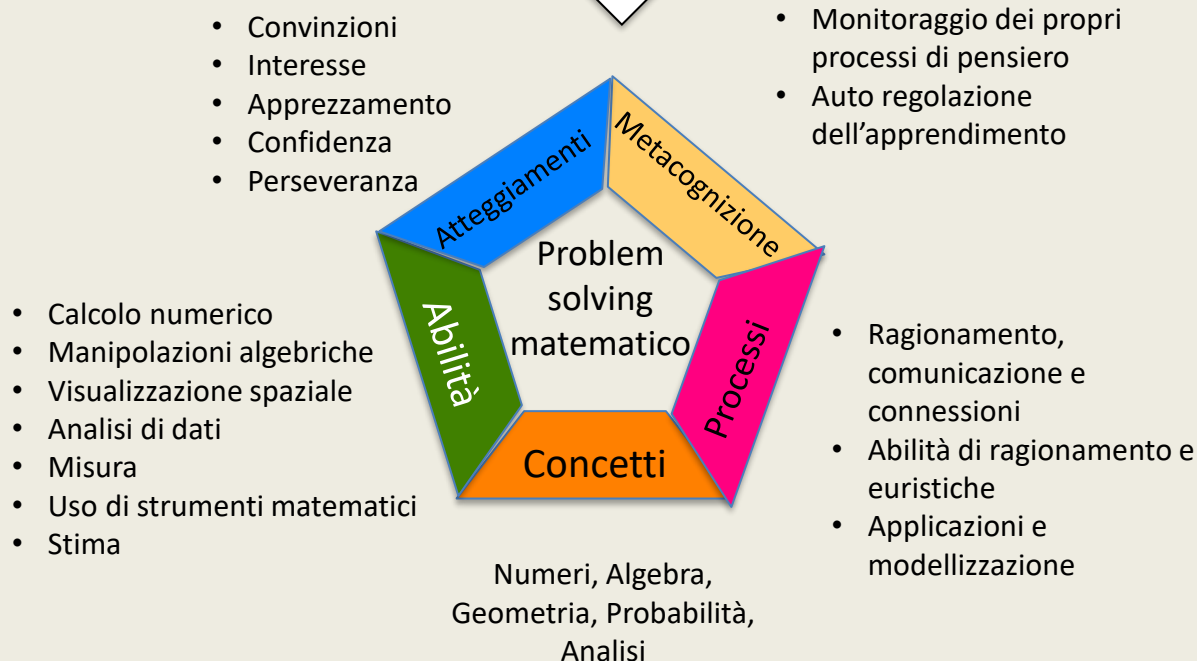
Il metodo Singapore

Individua **tre errori fondamentali** nell'insegnamento tradizionale della matematica:

- Pensare alla matematica come **calcoli**
- Pensare all'insegnamento della matematica come “**procedurale**”
- Insistere sulla **memorizzazione**

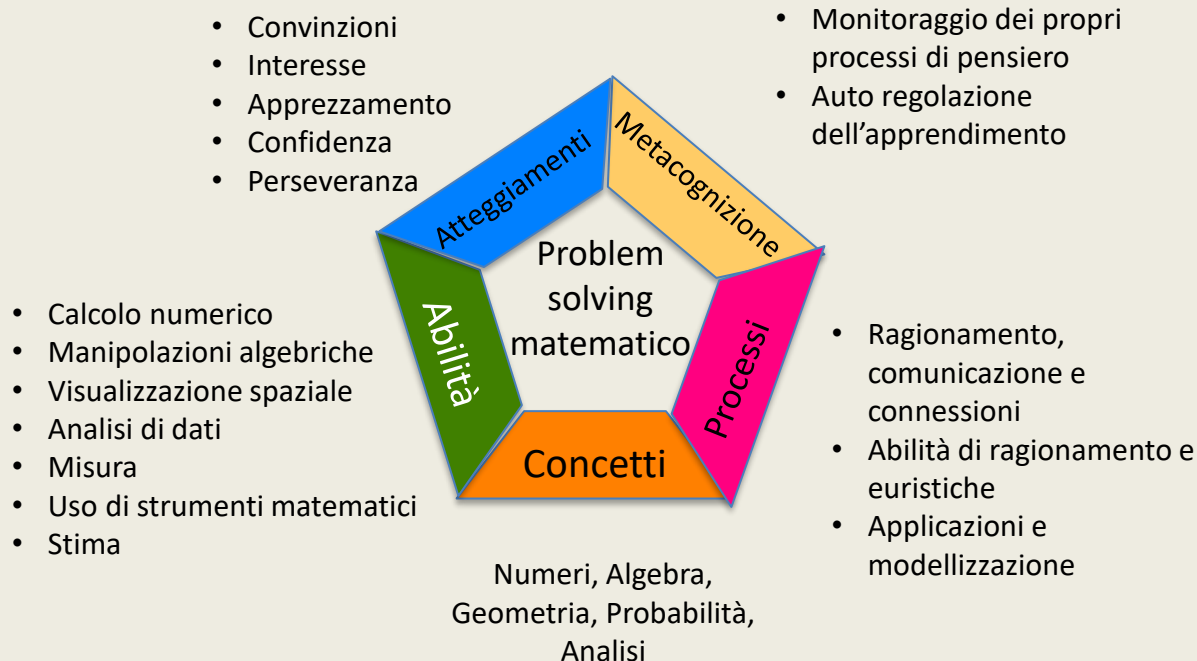


cambiamento d'approccio



Il metodo Singapore

- Anni '90: Singapore occupa i primi posti nelle classifiche internazionali
- Attualmente il 'metodo Singapore' è guardato con attenzione da molti Paesi (Canada, Usa, Australia, UK,...)



Il metodo Singapore

...l'Italia 8,1%

- Singapore dedica all'istruzione circa il 20% della spesa pubblica
- Ma soprattutto gli insegnanti...

- Sono attentamente **selezionati e preparati**
- Dopo la selezione, i futuri insegnanti sono sostenuti con **fondi pubblici per le spese di formazione** e ricevono subito uno stipendio.
- Gli insegnanti **vengono seguiti e consigliati nei primi anni di lavoro**, e fanno **carriera in base al merito**.
- Per ogni insegnante sono previste **100 ore di aggiornamento ogni anno**.

Qualsiasi tentativo di *dare senso all'educazione matematica* richiede necessariamente:

- di utilizzare i risultati dell'attività di ricerca in didattica della matematica;
- di non disperdere le numerose esperienze di qualità che sono state realizzate in Italia con finanziamenti MIUR (progetto SeT, m@tabel, PQM,...);
- di un piano di investimenti di risorse intellettuali ed economiche nel campo dell'educazione matematica e della formazione insegnanti.

Il *valore formativo* dell'educazione matematica

- dev'essere realizzato nella pratica, fatto percepire agli studenti, ...non solo dichiarato
- non può essere riservato a un'élite (licei, licei scientifici, ragazzi 'bravi'...)
- non può ignorare proprio quelli che più ne hanno bisogno

GRAZIE

Rosetta Zan

rosetta.zan@unipi.it